

MA2112 abril-julio 1997. Primer Parcial.

1. Para el campo escalar

$$F(x, y, z) = ax^2 + 4x + by^2 + cz^2 - 2z$$

Hallar a, b, c para que la superficie de nivel $S = \{(x, y, z) : F(x, y, z) = 11\}$ pase por el punto $(1, 2, 1)$ y, en dicho punto, el plano tangente sea paralelo al plano $x + y + z = 0$. (10 puntos)

2. Sea

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 + 6xy - 3y^2$$

Determine los puntos críticos de f y clasifíquelos. (10 puntos)

3. Hallar los puntos del elipse $x^2 + 4y^2 = 4$ a distancia máxima y mínima de la recta $x + y = 4$.

Ayuda. Para un punto $P = (x_0, y_0)$ situado bajo la gráfica de la recta $L : x + y = 4$, la distancia de P a L esta dada por

$$d(P, L) = \frac{4 - x_0 - y_0}{\sqrt{2}}$$

(10 puntos)

4. Hallar la expansión de Taylor $p(x, y)$ de segundo orden, para $f(x, y) = 4xy + \sin(x - y)$ en el punto $(0, 0)$. (6 puntos)
¿Cual es el máximo error en valor absoluto $|p(x, y) - f(x, y)|$, cometido al utilizar la expansión para aproximar f sobre el segmento que une $(0, 0)$ y $(2, 1)$? (4 puntos)